



**INSTITUTO BRASILEIRO DE ENSINO, DESENVOLVIMENTO E PESQUISA - IDP
MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA, POLÍTICAS PÚBLICAS E
DESENVOLVIMENTO**

**EFICIÊNCIA DOS FUNDOS MULTIMERCADOS BRASILEIROS: UMA ANÁLISE
DE COMPLEMENTARIEDADE ENTRE O ÍNDICE DE SHARPE E A ANÁLISE
ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

JÚLIO CÉZAR MIRANDA AVELINO

**Brasília/DF
2024**

Júlio César Miranda Avelino

**Eficiência dos Fundos Multimercados Brasileiros: Uma Análise de Complementariedade
entre o Índice de Sharpe e a Análise Envoltória de Dados (DEA)**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Brito Gadelha

Brasília/DF

2024

Júlio César Miranda Avelino

Eficiência dos Fundos Multimercados Brasileiros: Uma Análise de Complementariedade entre o Índice de Sharpe e a Análise Envoltória de Dados (DEA)

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Brito Gadelha – Professor Orientador
Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP)

Prof. Dr. Carlos Eduardo Gasparini
Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP)

Prof. Dr. Rogerio Boueri Miranda
Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP)

Prof. Dr. Geraldo Sandoval Góes
Secretaria de Fazenda do Estado de Goiás

Brasília/DF

RESUMO

A avaliação da eficiência de fundos de investimento é uma questão central no mercado financeiro, particularmente em períodos de incerteza e volatilidade, como o observado durante e após a pandemia de COVID-19. Diferentes metodologias podem oferecer perspectivas complementares para essa análise, enriquecendo o entendimento sobre a performance dos fundos. Este estudo adota uma abordagem complementar entre o Índice de Sharpe, amplamente utilizado para medir o desempenho ajustado ao risco, e a Análise Envoltória de Dados (DEA), uma técnica não paramétrica que avalia a eficiência relativa com base em múltiplos insumos e resultados. A pesquisa analisou 496 fundos multimercados brasileiros, considerando a rentabilidade e o desvio padrão como principais variáveis de risco e retorno. Os resultados revelam que o método DEA foi capaz de identificar um conjunto mais consistente de fundos eficientes em ambos os períodos analisados (antes e após 2020), sugerindo que esta metodologia pode capturar nuances importantes em cenários de maior volatilidade. A repetição de fundos classificados como eficientes nos dois períodos pode, em parte, refletir a *performance* intrínseca de determinados fundos, mas também aponta para a capacidade da Análise DEA de oferecer uma análise complementar. Ao invés de propor uma substituição entre os métodos, o estudo destaca a complementariedade entre eles. Enquanto o Índice de Sharpe fornece uma visão prática e direta sobre o desempenho ajustado ao risco, o método DEA contribui com uma análise mais abrangente da eficiência relativa. Essa abordagem oferece *insights* para investidores e gestores, ao possibilitar uma avaliação mais detalhada em contextos de incerteza econômica. Assim, este trabalho propõe a complementariedade de diferentes métodos como estratégia para aprimorar a análise de eficiência no setor de fundos de investimento.

Palavras-chave: Avaliação de Desempenho de Fundos de Investimento; Análise Envoltória de Dados (DEA); Índice de Sharpe.

ABSTRACT

The assessment of investment fund efficiency is a central issue in the financial market, particularly during periods of uncertainty and volatility, such as those observed during and after the COVID-19 pandemic. Different methodologies can offer complementary perspectives for this analysis, enriching the understanding of fund performance. This study adopts a complementary approach between the Sharpe Ratio, widely used to measure risk-adjusted performance, and Data Envelopment Analysis (DEA), a non-parametric technique that evaluates relative efficiency based on multiple inputs and outputs. The research analyzed 496 Brazilian multi-strategy funds, considering profitability and standard deviation as the main risk and return variables. The results reveal that the DEA method was able to identify a more consistent set of efficient funds in both periods analyzed (before and after 2020), suggesting that this methodology can capture important nuances in higher-volatility scenarios. The repetition of funds classified as efficient in both periods may, in part, reflect the intrinsic performance of certain funds but also points to the ability of DEA to provide a robust and adaptive analysis. Instead of proposing a replacement between the methods, the study highlights their complementarity. While the Sharpe Ratio provides a practical and direct view of risk-adjusted performance, DEA contributes with a more comprehensive analysis of relative efficiency. This approach offers insights for investors and managers by enabling a

more detailed evaluation in times of economic uncertainty. Thus, this work proposes the integration of multiple methods as a strategy to enhance efficiency analysis in the investment fund sector.

Keywords: Investment Fund Performance Evaluation; Data Envelopment Analysis (DEA); Sharpe Ratio.

Sumário

<i>1. Introdução</i>	5
<i>2. Referencial Teórico</i>	8
<i>3. Metodologia</i>	10
3.1 Índice de Sharpe	10
3.2 Análise Envoltória de Dados (DEA)	12
<i>4. Descrição das Variáveis e Tratamento dos Dados</i>	14
<i>5. Análise dos Resultados</i>	17
<i>6. Considerações Finais</i>	20
<i>Referências</i>	21

1. Introdução

A análise de investimentos é um campo central nas finanças, dedicado a identificar métodos que auxiliem na tomada de decisão para maximizar retornos ajustados ao risco. No contexto dos fundos multimercados, essa análise se torna ainda mais relevante devido à ampla diversificação desses fundos, que investem em diversas classes de ativos, como renda fixa, ações, câmbio e derivativos. A flexibilidade oferecida aos gestores para ajustar estratégias de alocação, de acordo com as condições de mercado, tem como objetivo otimizar o equilíbrio entre risco e retorno. Em cenários de alta volatilidade, como o período durante e após a pandemia de COVID-19, essa flexibilidade demanda métodos de avaliação que sejam capazes de capturar de forma mais completa a eficiência dos fundos. Enquanto o Índice de Sharpe fornece uma métrica consolidada para relacionar risco e retorno, suas limitações em cenários de alta volatilidade e retornos assimétricos destacam a importância de abordagens complementares, como a Análise Envoltória de Dados (DEA). Este estudo, portanto, explora como essas metodologias podem ser utilizadas de forma conjunta para avaliar a eficiência dos fundos multimercados brasileiros, oferecendo insights mais profundos para investidores e gestores de portfólios.

Os métodos utilizados para avaliar investimentos tem sido uma questão central nas finanças desde a formulação da Teoria Moderna de Portfólios por Harry Markowitz em 1952. Este marco inicial introduziu o conceito de diversificação para minimizar o risco, instigando uma série de desenvolvimentos teóricos que buscavam otimizar os retornos ajustados ao risco. Modelos como o Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM) e a Teoria de Precificação de Arbitragem (APT) surgiram para explicar como os riscos específicos de mercado poderiam influenciar os retornos esperados dos ativos, orientando investidores sobre como avaliar o risco em relação ao retorno esperado.

No entanto, apesar da popularidade e ampla adoção desses modelos, eles carregam limitações intrínsecas devido às suas suposições de normalidade dos retornos e homogeneidade do mercado. Tais limitações têm motivado pesquisadores a explorar

metodologias alternativas que possam oferecer uma análise complementar, holística e adaptável das eficiências de investimento sob condições de mercado diversas e voláteis.

Neste contexto, a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) emerge como uma ferramenta consistente, originada no campo da pesquisa operacional na década de 1970 e adaptada para as finanças nas décadas seguintes. A Análise Envoltória de Dados (DEA) é uma técnica não paramétrica que avalia a eficiência relativa de unidades de decisão, como portfólios de investimento, sem a necessidade de assumir uma forma funcional específica para a relação entre inputs e outputs. Essa abordagem oferece flexibilidade considerável, permitindo a inclusão de múltiplos inputs e outputs — tais como retornos ajustados ao risco e custos operacionais — para avaliar a performance de investimentos.

Todavia, destaca-se a seguinte pergunta condutora do presente estudo: a Análise Envoltória de Dados (DEA) pode complementar o Índice Sharpe como preditor de eficiência dos fundos multimercados brasileiros, especialmente em períodos de alta volatilidade e incerteza, como observado após a pandemia de COVID-19?

A hipótese central desta pesquisa é que a Análise Envoltória de Dados (DEA) é um método complementar ao Índice de Sharpe para avaliar a eficiência dos fundos multimercado brasileiros, especialmente em cenários de alta volatilidade e incerteza, como o período pós pandemia de COVID-19. Esta hipótese será testada a partir dos resultados obtidos pelos dois métodos, buscando observar se o DEA é capaz de oferecer novas perspectivas, para além daquelas apontadas pelo Índice de Sharpe, em cenários de maior incerteza

O presente estudo tem por objetivo geral avaliar a complementariedade entre a Análise Envoltória de Dados (DEA) e o Índice de Sharpe na medição da eficiência de fundos multimercado brasileiros, especialmente em períodos de alta volatilidade e incerteza, como o período pós-pandemia de COVID-19. Busca-se, com isso, evidenciar a complementariedade entre esses dois métodos em oferecer uma análise mais representativa, especialmente em cenários econômicos incertos e em constante transformação, proporcionando aos investidores e gestores de portfólio uma base mais sólida para a tomada de decisão. O coeficiente de correção de *Spearman* será utilizado como métrica exógena para a análise dessa complementariedade.

Em termos de objetivos específicos, propõe-se, inicialmente, analisar o desempenho dos fundos multimercado brasileiros antes e depois de 2020, utilizando tanto o Índice de Sharpe quanto a Análise Envoltória de Dados (DEA). Além disso, pretende-se identificar os fundos eficientes em termos de risco e retorno por meio da Análise Envoltória de Dados

(DEA), destacando como esses resultados se alinham ou diferem dos obtidos pelo Índice de Sharpe. Destaca-se, também, como método DEA complementa o Índice de Sharpe na captura das nuances de eficiência em cenários de alta volatilidade. Por fim, serão evidenciadas as limitações do Índice de Sharpe em contextos de retornos assimétricos e alta volatilidade, mostrando como DEA pode oferecer uma perspectiva complementar à situação analisada.

Em termos de delimitação do escopo do estudo, o presente estudo está voltado na avaliação de fundos multimercado brasileiros com data de fundação anterior a 01/01/2017, que estavam ativos até 2024. Excluem-se da análise os fundos FIC (Fundos de Investimento em Cotas) e FOF (*Funds of Funds*), por não representarem investimentos diretos em ativos financeiros. Além disso, foram considerados apenas os fundos com patrimônio líquido superior a R\$ 100 milhões em 2024. A pesquisa utiliza dados de rentabilidade diária e desvio padrão dos fundos, comparando seus desempenhos por meio do Índice de Sharpe e a Análise Envoltória de Dados (DEA), com o objetivo de avaliar a eficiência em períodos de alta volatilidade. A análise se concentra no período anterior e posterior a 2020, com uma data de corte em 31/12/2019, para capturar o impacto da pandemia de COVID-19 nos resultados. O estudo não abrange outros tipos de fundos de investimento, como fundos de ações ou de renda fixa, nem considera variáveis como número de cotistas ou taxa de administração, devido à estrutura de "fundos master" em alguns casos.

A justificativa para o desenvolvimento deste estudo reside na crescente complexidade e volatilidade dos mercados financeiros, especialmente no contexto dos fundos multimercados brasileiros. Com a pandemia de COVID-19, o mercado global passou por choques de volatilidade sem precedentes, exigindo metodologias complementares para a avaliação de risco e retorno. O Índice de Sharpe, amplamente utilizado para medir a eficiência de investimentos, possui limitações em cenários de alta volatilidade e distribuições não normais de retornos. Nesse sentido, o uso de técnicas alternativas, como a Análise Envoltória de Dados (DEA), torna-se cada vez mais justa, pois permite complementar o Índice de Sharpe em uma avaliação mais flexível e precisa da eficiência dos fundos, considerando múltiplos fatores de forma simultânea. Assim, uma análise da complementariedade entre métodos paramétricos e não-paramétricos amplia o entendimento sobre a importância do uso dessas técnicas em diferentes cenários econômicos, contribuindo tanto para a academia quanto para a prática no mercado financeiro.

O estudo está organizado na seguinte forma. O capítulo 2 traz o referencial teórico sobre os dois métodos a serem utilizados no presente estudo. O capítulo 3 apresenta a

metodologia a ser utilizada no presente trabalho. O capítulo 4 apresenta os dados que serão utilizados. O capítulo 5 comenta os resultados encontrados e o capítulo seguinte conclui o trabalho.

2. Referencial Teórico

A Análise Envoltória de Dados (DEA) tem sido amplamente utilizada para avaliar a eficiência de investimentos, fornecendo uma abordagem que permite considerar múltiplos fatores de forma simultânea, sem a necessidade de fazer suposições rígidas sobre as distribuições de retorno dos ativos. Estudos como Rasoulzadeh *et al.* (2022), Zhou (2021) demonstram a aplicabilidade da Análise Envoltória de Dados (DEA) em finanças ao avaliar portfólios com base em múltiplos critérios. Também exemplificam como a Análise Envoltória de Dados (DEA) pode ser combinado com grandes volumes de dados para otimizar a alocação de ativos em portfólios, destacando sua flexibilidade na modelagem de múltiplas entradas e saídas.

No campo das métricas de desempenho financeiro, o Índice de Sharpe tem sido tradicionalmente utilizado para medir a eficiência de investimentos com base no retorno ajustado ao risco. No entanto, sua limitação em mercados com retornos assimétricos e volatilidade elevada motivou o desenvolvimento de outros métodos. Muitos estudos também exploram estas evoluções do poderoso índice de Sharpe. Entre, eles podem-se citar KC *et al.* (2021), no qual exploram modificações no Índice de Sharpe para lidar melhor com distribuições não normais dos retornos, propondo uma métrica ajustada que considera riscos de cauda. Da mesma forma, Venugopal (2020) avalia diferentes métricas de desempenho, incluindo a Razão de Sharpe, em fundos de ações na Índia, comparando-as com outras medidas como a Razão de Sortino e o Índice de Treynor, revelando as vantagens e limitações de cada uma em diferentes contextos de mercado.

Kroll (2024) também oferece variações sobre o Índice de Sharpe, propondo uma métrica que ajusta o limiar de avaliação dos riscos, concentrando-se nas perdas (*downside risk*). Isso é particularmente relevante em mercados emergentes, como demonstrado em Sarfaraz (2022), onde o Índice de Sharpe e suas variações são empregados para analisar o desempenho de empresas listadas na Bolsa de Valores do Iraque durante a pandemia de

COVID-19, destacando como essas métricas podem ser aprimoradas para capturar a verdadeira exposição ao risco em cenários de volatilidade elevada.

Zhang *et al.* (2014) aplicaram a Análise Envoltória de Dados (DEA) para a análise de eficiência de portfólios compostos por diferentes índices internacionais, utilizando o Índice de Sharpe como uma das saídas (*outputs*) para a Análise DEA. O estudo demonstrou a aplicabilidade da Análise DEA na identificação de ineficiências em portfólios globais com base na combinação de várias métricas de desempenho. Wu *et al.* (2006) analisaram a otimização de portfólios utilizando tanto a Análise Envoltória de Dados (DEA) quanto o Índice de Sharpe para avaliar a eficiência relativa e o desempenho ajustado ao risco. O estudo focou em como a Análise Envoltória de Dados (DEA) pode complementar o Índice de Sharpe na avaliação de fundos de investimento.

Han e Li (2017), utilizaram uma mistura de cópulas, que são funções matemáticas para modelar a dependência entre variáveis, visando descrever a distribuição de retornos de ativos. Eles aplicaram a Análise Envoltória de Dados (DEA) e o Índice de Sharpe em conjunto para otimizar carteiras de múltiplos ativos. O estudo mostrou que essa combinação melhora a precisão na identificação de portfólios eficientes, especialmente em mercados voláteis.

Low *et al.* (2018) compararam os modelos de cópulas e o Índice de Sharpe em portfólios de ativos internacionais, utilizando a Análise Envoltória de Dados (DEA) para determinar a eficiência técnica dos gestores de portfólios. O estudo ressaltou a importância da Análise Envoltória de Dados (DEA) em complementar o Índice Sharpe para uma análise mais consistente de eficiência em contextos de alta dimensionalidade.

Tófoli *et al.* (2017) aplicaram o Índice de Sharpe em conjunto com a Análise Envoltória de Dados (DEA) para avaliar portfólios com foco na dependência temporal dos retornos, utilizando modelos de comutação de Markov. A pesquisa mostrou a aplicabilidade do Índice de Sharpe e do método DEA na análise de portfólios durante crises financeiras, oferecendo *insights* sobre a variação da eficiência ao longo do tempo.

O presente estudo contribui à literatura sobre o tema ao evidenciar a importância da Análise Envoltória de Dados (DEA) e do Índice de Sharpe como métodos complementares na avaliação dos fundos multimercados. Enquanto a Análise Envoltória de Dados (DEA) oferece uma análise detalhada e multifacetada da eficiência dos fundos, levando em conta múltiplos *inputs* e *outputs*, o Índice de Sharpe fornece uma medida de fácil compreensão para investidores e gestores de fundos. No entanto, em ambientes de mercado voláteis, como o observado durante e depois de 2020, o método DEA pode capturar nuances de eficiência que

o Índice de Sharpe sozinho poderia ignorar, especialmente em fundos multimercado brasileiros, onde a diversificação em diferentes classes de ativos pode resultar em distribuições assimétricas dos retornos. Em resumo, o estudo demonstra que, em cenários de maior volatilidade e incerteza, o DEA oferece uma análise complementar da eficiência dos fundos, ao capturar outros aspectos das relações entre risco e retorno.

3. Metodologia

A Teoria Moderna de Portfólios (MPT), formulada por Harry Markowitz em sua obra seminal de 1952, marcou uma revolução no campo das finanças. Ao introduzir o conceito de diversificação para reduzir riscos, Markowitz não apenas transformou a maneira como os investidores compreendem os riscos e retornos, mas também estabeleceu a base para o desenvolvimento subsequente de modelos e métricas de avaliação de investimentos. A principal contribuição de Markowitz foi a introdução da ideia de que não se deve apenas buscar o maior retorno, mas considerar o portfólio em termos de retorno esperado e risco, através da variância dos retornos. Esse avanço teórico deslocou a análise de investimento de uma avaliação isolada de ativos para uma consideração integrada do portfólio como um todo.

3.1 Índice de Sharpe

A teoria da carteira ótima de Markowitz tem duas características principais: o valor esperado pela maximização do retorno e a minimização da medida de risco (variância). Vários estudos das últimas décadas se concentraram no portfólio de média-variância de Markowitz, e uma extensão importante é a maximização do índice de Sharpe (IS), proposta por Sharpe (1963), Sharpe (1994). O IS é definido como o retorno médio obtido sobre uma taxa livre de risco por unidade de volatilidade ou risco total. Isso significa quanto retorno esperado sua alocação aceita ao adicionar uma unidade de risco.

Suponha uma carteira d -dimensional com retornos de ativos $r_t = (r_{t1}, r_{t2}, \dots, r_{td})$ $i = 1, 2, \dots, d$, pesos de ativos $w_t = (w_{t1}, w_{t2}, \dots, w_{td})$ e uma matriz de covariância $d \times d$ Σ no tempo t .

Então, o retorno esperado e a variância da carteira são, respectivamente, $w_t^T r_t$ e $w_t^T \Sigma w_t$. A maximização do Índice de Sharpe pode ser expressa da seguinte forma:

$$\max_{w_t} \frac{w_t^T r_t}{\sqrt{w_t^T \Sigma w_t}} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$w_t^T \mathbf{1} = 1, \quad (2)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, d\}: \quad (3)$$

$$w_{t,i} \geq 0, \quad (4)$$

O Índice de Sharpe é uma das métricas mais influentes e amplamente utilizadas para avaliar a eficiência de investimentos do ponto de vista do retorno ajustado ao risco. Desenvolvida por William F. Sharpe, em 1966, essa métrica revolucionou a maneira como investidores e gestores de fundos analisam o desempenho dos portfólios. O índice, simples em sua formulação, é calculado dividindo-se o retorno excedente de um portfólio pelo seu desvio padrão, um método que quantifica a volatilidade e, conseqüentemente, o risco percebido do portfólio. Sua fórmula é identificada da seguinte maneira:

$$IS = \frac{\text{Retorno} - \text{Retorno do Ativo Livre de Risco}}{\text{Desvio Padrão}} \quad (5)$$

O principal objetivo do Índice de Sharpe é determinar a quantidade de retorno adicional que um investimento gera por unidade de risco assumido. Em termos práticos, isso permite aos investidores compreender se os retornos mais altos de um portfólio são resultados de decisões de investimento inteligentes ou de um risco excessivamente alto. Essencialmente, um valor mais alto do Índice de Sharpe indica que um portfólio está entregando retornos superiores para o mesmo nível de risco quando comparado com seus pares ou com um *benchmark* relevante.

A utilidade do Índice de Sharpe é mais evidente quando usada para comparar a performance de dois ou mais investimentos. Por exemplo, se dois fundos oferecem retornos semelhantes, o Índice de Sharpe pode ajudar a identificar qual dos dois está alcançando esses retornos através de uma gestão de risco mais prudente. Este aspecto é particularmente útil

para investidores que buscam maximizar retornos sem aumentar proporcionalmente a sua exposição ao risco.

No entanto, o Índice de Sharpe também possui limitações. A principal crítica a essa métrica é que ela assume que os retornos são distribuídos de maneira normal e, portanto, não distingue entre riscos de alta e de baixa. Isso significa que a métrica pode ser enganosa em situações em que a distribuição dos retornos é assimétrica ou onde há riscos extremos (*outliers*), que podem distorcer a percepção do risco verdadeiro.

Ao longo dos anos, o Índice de Sharpe tem sido adaptado e refinado para melhorar sua aplicabilidade em diferentes contextos de mercado. Apesar dessas evoluções, o Índice de Sharpe continua sendo uma ferramenta fundamental no arsenal de avaliação de desempenho de qualquer investidor ou gestor de portfólio.

3.2 Análise Envoltória de Dados (DEA)

Para calcular a eficiência de cada unidade tomadora de decisão (DMU, em inglês, *Decision Making Unit*). Charnes *et al.* (1978) propuseram o seguinte problema:

$$Max \frac{\sum_{r=1}^s U_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{io}} \quad (6)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s U_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{ij}} \leq 1. \quad j = 1 \dots n \quad (7)$$

$$U_r \cdot V_i \geq 0; \quad r = 1 \dots s. \quad i = 1 \dots m \quad (8)$$

No modelo acima mencionado, X_{ij} e Y_{rj} são as entradas e saídas da j -ésima DMU, respectivamente, U_r e V_i são os pesos das entradas e saídas, respectivamente, que o modelo está buscando trazer. Da mesma forma, a função objetivo é maximizar a soma ponderada das saídas para a soma ponderada das entradas.

A Análise Envoltória de Dados (DEA - *Data Envelopment Analysis*) é um método não-paramétrico utilizado para avaliar a eficiência de unidades de decisão comparáveis (DMU) que operam sob condições semelhantes, visando identificar as que apresentam as

melhores práticas, estabelecendo assim uma fronteira de eficiência. Esta técnica permite comparar a eficiência de cada DMU de forma iterativa, destacando sua capacidade de maximizar a saída de produtos dados certos insumos ou de minimizar o uso de insumos para um nível definido de produto, sem fazer suposições específicas sobre a função de produção, o que é particularmente vantajoso para DMU que não têm uma função de produção bem definida (Charnes *et al.*, 1978).

A DEA requer que as DMU sejam homogêneas, realizem tarefas semelhantes, tenham objetivos comuns e operem no mesmo setor e condições de mercado. Os modelos DEA clássicos são: o modelo CRS, que assume que todas as DMU operam em uma escala ótima (constante), e o modelo VRS, que considera variações de escala (variável). Ambos permitem avaliar a eficiência com base na orientação para maximizar a saída ou minimizar a entrada de insumos. Para este trabalho, será utilizado o método VRS, que também é conhecido como BCC em homenagem aos seus desenvolvedores. Em 1984, Banker, Charnes e Cooper desenvolveram o método DEA, que pressupõe tecnologias que exibam retornos variáveis à escala. Esse modelo assume que a tecnologia é particionada em subconjuntos que apresentam retornos crescentes, constantes e decrescentes à mudança na escala de produção.

O problema do envelopamento do modelo BCC ou VRS restringe as combinações lineares dos planos de operação a combinações convexas desses planos. Com essa restrição, a tecnologia não admite que os planos de operação sejam contraídos até a origem ou expandidos ilimitadamente, caracterizando a hipótese de retornos variáveis à escala de produção.

A Análise Envoltória de Dados (DEA) pode ser orientada tanto para os *outputs* quanto para os *inputs*, dependendo do foco da análise. A Análise Envoltória de Dados (DEA) orientada para os *outputs* visa maximizar os *outputs* dados os *inputs* disponíveis. O foco está em avaliar como as unidades produtivas (DMU) podem aumentar seus resultados sem aumentar o consumo de insumos. É mais apropriado quando o interesse está em maximizar a produção ou os resultados de uma operação.

Análise Envoltória de Dados (DEA) orientada para as entradas busca minimizar as entradas necessárias para produzir um determinado nível de saídas, sendo ideal quando o objetivo é reduzir custos ou o consumo de recursos, mantendo os resultados. Como o foco deste trabalho é focado em resultados para os investidores, um DEA orientado para saídas é o mais adequado.

Os problemas de programação linear resultantes do modelo BCC orientado para os *outputs* estão apresentados a seguir:

Problema dos multiplicadores:

$$\min_{p_i, q_j} \sum_{i=1}^N x_{0i} p_i + v_0 \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^M y_{0j} q_j = 1 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ki} p_i - \sum_{j=1}^M y_{kj} q_j + v_0 \geq 0, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

$$p_i \geq \varepsilon, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$$q_j \geq \varepsilon, \quad \forall j = 1, 2, \dots, M \quad (13)$$

$$\varepsilon > 0, \text{ não - arquimediano} \quad (14)$$

Problema do envelopamento:

$$\lambda + \varepsilon \left(\sum_{j=1}^M S_j^+ + \sum_{i=1}^N S_i^- \right) \quad (15)$$

Sujeito a:

$$y_{0j} \lambda - \sum_{k=1}^K Z_k y_{kj} + S_j^+ = 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, M \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^K Z_k x_{ki} + S_j^- = x_{0i}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^K Z_k = 1 \quad (18)$$

$$\lambda \in R; \quad Z_k \geq 0, \quad \forall k = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

$$S_j^+ \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, M; \quad S_i^- \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

Na Análise Envoltória de Dados (DEA), a eficiência é expressa em uma escala de 0 a 1, onde 1 indica eficiência máxima relativa e valores abaixo de 1 indicam ineficiência, com a

possibilidade de determinar metas de desempenho para DMU ineficientes baseadas em DMU eficientes.

4. Descrição das Variáveis e Tratamento dos Dados

Um fundo multimercado é um tipo de fundo de investimento que possui uma estratégia diversificada, investindo em diferentes classes de ativos, como renda fixa, ações, câmbio e derivativos. Ele não se restringe a um único mercado, permitindo ao gestor buscar oportunidades de ganho em diversas frentes. Isso lhe confere maior flexibilidade para adaptar a carteira às condições do mercado e gerenciar riscos e retornos de forma mais eficiente. No Brasil estes fundos são os que mais se assemelham aos *hedge funds* americanos.

Para este presente trabalho, foram selecionados os fundos multimercados brasileiros com data de fundação anterior a 01/01/2017 e que ainda estavam ativos no ano de 2024. Excluíram desta lista os FIC (Fundo de Investimento em Cotas de outros fundos) e FOF (*Funds Of Funds*) pois estes não representam investimentos diretos em ativos financeiros. Também foi realizado um corte por valor, foram selecionados apenas fundos com mais de R\$ 100 milhões de patrimônio líquido – em 2024. Não se excluiu da base fundos por número de cotistas, pois se sabe da estrutura de “fundos master” na qual ele não tem taxa de administração e conecta apenas com outros fundos, estes que são ofertados ao público em geral e têm a taxa de administração. E se excluir da base estes fundos, iria se perder os mais famosos fundos multimercados brasileiros, pois eles têm esta estrutura. Este fato faz com que a taxa de administração não seja um bom *input* para o modelo DEA, pois aparentaria que este “fundo master” teria uma estrutura melhor de custo. Mas sabe-se que a cobrança da taxa de administração está no FIC/ FOF.

A amostra resultou na seleção de 496 fundos multimercados brasileiros, dos quais foram coletadas as cotas diárias desde a fundação do fundo. O que gerou uma base consistente com 1.747.258 observações. Com a cota diária, foi possível calcular a rentabilidade e o desvio padrão destes fundos.

Para ser utilizado como ativo de livre de risco, foi utilizada a taxa DI – Depósito Interfinanceiro, que é a taxa utilizada como remuneração para as instituições financeiras e que segue a taxa básica de juros do Brasil. Foi considerada a remuneração de 100% da taxa DI como comparativo para cada fundo. Sabe-se que ela não é a taxa de referência de todos os

fundos, mas foi adotada por padronização, pensando que esta seria uma aplicação disponível para o investidor em qualquer instituição financeira em que ele buscasse investir seu recurso.

O objetivo de construir uma base tão grande foi para fazer uma data de corte, na qual se avaliariam os dois métodos antes e comparariam com o resultado posterior. E, como é de conhecimento geral, por ter uma quebra estrutural muito grande neste lapso temporal, utilizou-se esta data. A data de corte utilizada foi 31/12/2019, com o objetivo de avaliar os desempenhos dos fundos antes e após a pandemia de COVID-19, analisando como os métodos empregados capturam as mudanças na eficiência dos fundos em cenários distintos e identificar possíveis padrões de consistência nos rankings gerados em cada período.

Fonte de dados: Cota diária – ANBIMA e DI - CETIP

As variáveis utilizadas para o Índice de Sharpe foram:

- Rentabilidade: (Cota final do período avaliado/ cota inicial do período) -1.
- Desvio Padrão: Desvio padrão das cotas diárias.
- Ativo livre de risco: Taxa DI acumulada em cada período.

Para a Análise Envoltória de Dados (DEA) foram utilizadas as seguintes variáveis:

- *Input* : Desvio padrão.
- *Output* : Rentabilidade – Rentabilidade do ativo livre de risco.

Como o método da Análise Envoltória de Dados (DEA) não trabalha com números negativos, incluiu-se uma constante superior ao valor mais negativo, a constante utilizada foi 10. Utilizou-se o modelo CRS (Retornos Constantes de Escala). Essa abordagem garante que os resultados da Análise Envoltória de Dados (DEA) tragam *insights* importantes ao presente estudo, preservando o sentido original das variáveis.

O modelo DEA com retornos constantes de escala (CRS) é amplamente utilizado para analisar eficiência em cenários financeiros, devido à sua simplicidade e robustez em contextos em que todas as DMUs (Unidades Tomadoras de Decisão) estão operando em escala ótima. Isso é particularmente relevante em análises de fundos de investimento, onde os retornos ajustados ao risco são influenciados por diversos fatores externos e internos. Estudos como Zhang *et al.* (2014) e Wu *et al.* (2006) demonstram a eficácia do DEA CRS em portfólios diversificados, mostrando como ele captura melhor a performance eficiente em relação a

métricas tradicionais como o Índice de Sharpe. Trabalhos como Zhou *et al.* (2021) destacam a aplicabilidade do DEA CRS integrado a big data para análise de portfólios, indicando vantagens significativas em mercados com alta complexidade.

A intenção é utilizar as mesmas entradas e saídas do índice de Sharpe, para verificar se o método não paramétrico tem resultados alternativos ao tradicional índice.

Detecção de *Outliers*

O método da Análise Envoltória de Dados (DEA) é sensível aos pontos fora da curva, por isso foi aplicado uma técnica de identificação e posterior marcação destes. Para a detecção de *outliers* foi utilizado o método que mede a distância de Mahalanobis.

A Distância de Mahalanobis mede a distância entre um ponto e a média de uma distribuição multivariada, levando em consideração a correlação entre as variáveis. Esta métrica é uma generalização da distância euclidiana que incorpora a variância e a covariância dos dados, o que a torna mais eficaz na detecção de *outliers* em distribuições onde as variáveis são correlacionadas. Geralmente, considera-se que pontos com uma distância maior que o percentil de 99º da distribuição de Mahalanobis são *outliers* (De Maesschalck *et al.*, 2000). Funciona bem em distribuições gaussianas, onde os *outliers* são definidos com base em sua distância da média. É sensível à presença de valores atípicos ao calcular a matriz de covariância, o que pode influenciar negativamente a detecção de outros *outliers*. Assume implicitamente que os dados seguem uma distribuição multivariada normal, o que pode não ser o caso em todas as situações.

Os *outliers* detectados foram marcados para o cálculo da Análise Envoltória de Dados (DEA) São elas:

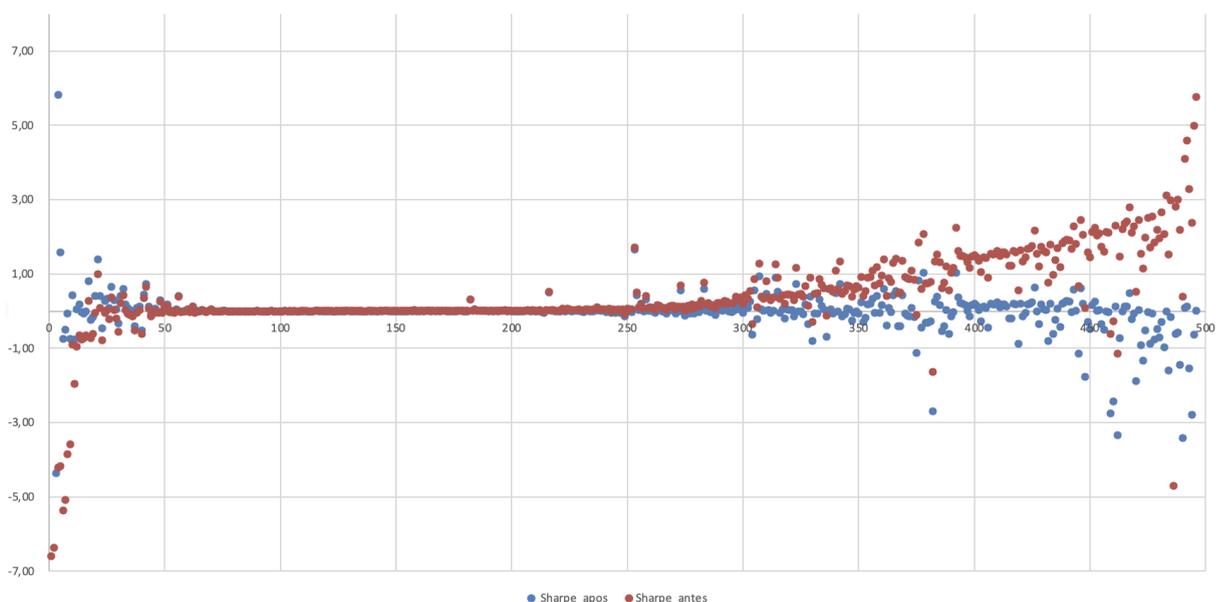
Tabela 1 – DMU detectadas como *Outliers*

Distância de Mahalanobis antes de 31/12/2019
147 151 269 275 336
Distância de Mahalanobis após 31/12/2019
275 336 353 371 457

5. Análise dos Resultados

A seguir serão apresentados os principais resultados para ambos os métodos e, após, será aplicado um método estatístico para medir a variância dos resultados.

Figura 1: Dispersão do Índice de Sharpe Antes e Após 31/12/2019

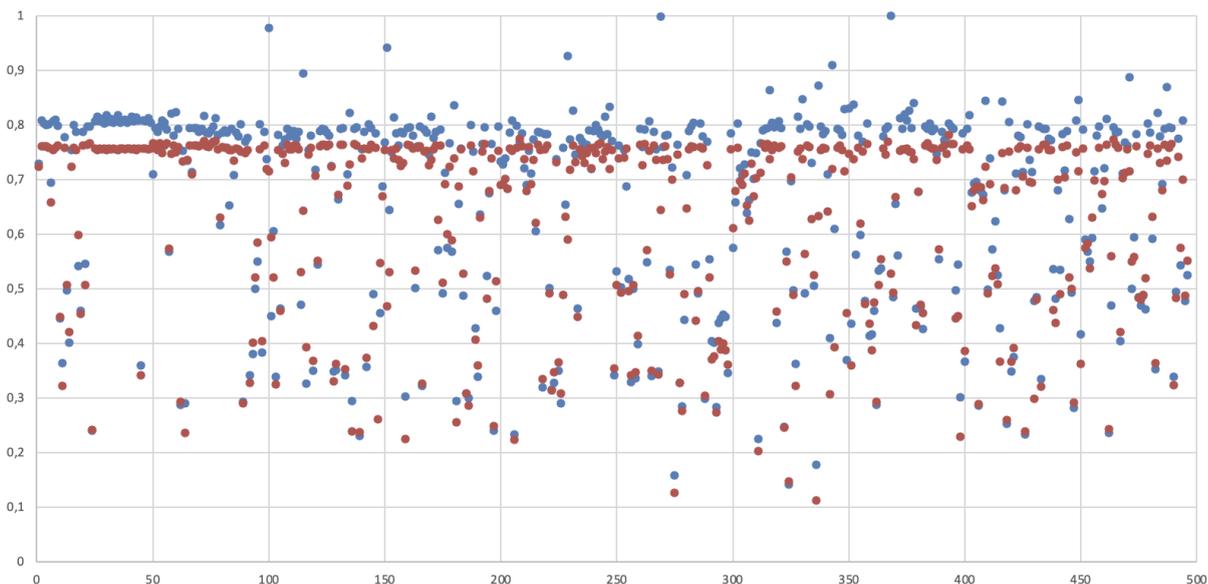


Os pontos em vermelho, que representam o índice de Sharpe antes de 31/12/2019, estão mais consistentemente distribuídos ao longo do eixo Y, com uma tendência de se manterem mais elevados em relação aos pontos azuis (após 31/12/2019). O que mostra o impacto da volatilidade no índice de Sharpe no período mais recente.

A série após 31/12/2019 (em azul) mostra uma maior dispersão de valores de Sharpe, com várias ocorrências negativas, indicando que muitos fundos tiveram desempenho inferior ajustado ao risco no período após. O gráfico destaca que, após 2020, muitos fundos tiveram valores de Sharpe negativos, o que reflete um retorno ajustado ao risco pior do que o rendimento livre de risco. Isso pode sugerir um período mais desafiador para os fundos no geral, possivelmente influenciado por eventos externos como a pandemia.

Na Figura 2 a seguir, é possível notar que, enquanto os valores de Sharpe antes de 2020 estão majoritariamente dentro de um intervalo aceitável (perto de 0 a 3), os valores após apresentam *outliers* significativos, tanto positivos quanto negativos. Isso pode indicar um período de maior volatilidade ou de comportamentos anômalos nos retornos dos fundos.

Figura 2 – Índice da Análise Envoltória de Dados (DEA) antes de 31/12/2019 e após.



A eficiência após (azul) parece ter uma maior dispersão, com vários pontos mais baixos do que a eficiência antes (vermelho), que está mais concentrada na parte superior do gráfico. A eficiência antes de 2020 parece estar mais consistentemente alta, com uma concentração em torno de 0,8 a 1,0. A eficiência após 2020 mostra maior variação, com valores de eficiência distribuídos mais amplamente, sugerindo que os fundos tiveram performances mais heterogêneas neste período. Após 2020, muitos fundos experimentaram uma redução significativa na eficiência. Isso pode ser devido a mudanças nas condições econômicas ou nos mercados.

Para verificar a consistência dos resultados entre o antes e o depois, será utilizada a correlação de Spearman. A correlação de Spearman é uma medida não paramétrica que avalia a associação monotônica entre duas variáveis, ou seja, como elas se comportam em termos de ordem ou *ranking*. Diferente da correlação de Pearson, que mede a relação linear entre duas variáveis, a correlação de Spearman não assume que a relação seja linear, mas sim que, à medida que uma variável aumenta, a outra tende a aumentar ou diminuir de forma consistente. O coeficiente de Spearman (denotado por ρ ou "rho") varia entre -1 e 1: valores próximos de 1 indicam uma forte correlação positiva (ou seja, à medida que uma variável aumenta, a outra também aumenta consistentemente), enquanto valores próximos de -1 indicam uma forte correlação negativa (ou seja, à medida que uma variável aumenta, a outra tende a diminuir). Um coeficiente próximo de 0 sugere que não há uma relação monotônica significativa entre as variáveis. A correlação de Spearman é particularmente útil quando se trabalha com dados que

não seguem uma distribuição normal ou quando se está interessado mais na tendência geral do comportamento das variáveis do que na relação linear exata entre elas (Conover, 1999).

Os resultados das correlações de Spearman entre as variáveis analisadas indicam a relação entre as eficiências e os índices de Sharpe antes e depois de 2020, baseados em suas respectivas distribuições.

A correlação de Spearman para o índice de Sharpe antes e após foi de $\rho = 0,1955$ o que indica uma correlação positiva muito fraca entre os índices de Sharpe antes e após 2020. Isso sugere que os fundos com melhor índice de Sharpe antes de 2020 não mantiveram esse desempenho após 2020 de maneira consistente. Ou seja, o desempenho dos fundos em termos de risco ajustado à rentabilidade (medido pelo índice de Sharpe) não se manteve de forma clara ou forte ao longo do tempo, refletindo uma possível mudança na performance relativa dos fundos.

A correlação de Spearman para os índices de eficiência foi de $\rho = 0,7853$ e indica uma correlação positiva forte entre as eficiências antes e após 2020. Isso significa que, de forma geral, os fundos que eram mais eficientes antes de 2020 também tendem a ser eficientes após 2020, e vice-versa. No entanto, como é uma correlação de Spearman, que mede a monotonicidade, não necessariamente implica que a relação seja linear.

6. Considerações Finais

Neste trabalho, foi realizada uma análise de complementariedade entre o Índice de Sharpe e a Análise Envoltória de Dados (DEA) para avaliar a eficiência de fundos multimercados brasileiros, considerando o período antes e depois de 2020. A metodologia incluiu a utilização de uma amostra de 496 fundos multimercados, nos quais foram calculadas as métricas de rentabilidade e risco (desvio padrão). A análise foi dividida em dois momentos: antes de 31/12/2019 e após essa data, para capturar o impacto da pandemia de COVID-19. O Índice de Sharpe foi utilizado para medir o retorno ajustado ao risco, enquanto a Análise Envoltória de Dados (DEA) foi aplicado para avaliar a eficiência relativa dos fundos, levando em consideração o risco e o retorno.

Os resultados indicaram que a Análise Envoltória de Dados (DEA) apresentou uma correlação de $\rho = 0,7853$ entre as eficiências antes e após 2020, evidenciando que os fundos que eram eficientes antes da pandemia mantiveram essa eficiência posteriormente. Por outro lado, o Índice de Sharpe demonstrou uma correlação muito mais fraca, de $\rho = 0,1955$, sugerindo que o desempenho dos fundos em termos de risco ajustado ao retorno foi mais

inconsistente ao longo do tempo. Além disso, a análise mostrou que muitos fundos experimentaram um declínio significativo na eficiência após 2020, o que foi capturado pela Análise Envoltória de Dados (DEA), que se mostrou mais sensível a mudanças nas condições de mercado. Em contrapartida, o Índice de Sharpe não conseguiu refletir plenamente essas variações, especialmente em cenários de alta volatilidade.

O Índice de Sharpe e a Análise Envoltória de Dados (DEA) oferecem abordagens distintas, mas complementares, para avaliar a eficiência de fundos de investimento. O Índice de Sharpe se destaca por sua simplicidade e praticidade, fornecendo uma métrica direta que relaciona o retorno ajustado ao risco com base na volatilidade total do fundo. No entanto, ele apresenta limitações em cenários de alta volatilidade e retornos assimétricos, uma vez que não diferencia entre volatilidade positiva e negativa, podendo subestimar os riscos de queda. Em contrapartida, a Análise Envoltória de Dados (DEA), como uma técnica não paramétrica, avalia a eficiência relativa de múltiplos fundos considerando *inputs* e *outputs*, o que permite capturar nuances ignoradas pelo Índice de Sharpe, especialmente em períodos de grande incerteza. Contudo, a Análise Envoltória de Dados (DEA) pode ser sensível à escolha de variáveis e à presença de *outliers*, o que pode impactar seus resultados. A combinação dessas metodologias supera as limitações individuais de cada uma: enquanto o Índice de Sharpe oferece uma visão consolidada do desempenho ajustado ao risco, a Análise Envoltória de Dados (DEA) complementa essa análise com uma perspectiva mais detalhada e abrangente da eficiência relativa, permitindo uma avaliação complementar, especialmente em cenários econômicos voláteis.

Para estudos futuros, sugere-se a incorporação do Índice de Sortino em conjunto com a Análise Envoltória de Dados (DEA), dado que o Sortino foca no risco de queda (*downside risk*), o que pode proporcionar uma análise mais precisa em mercados voláteis e com retornos assimétricos. Outra sugestão seria a análise de outros fatores, como a alavancagem dos fundos e as taxas de administração, para uma avaliação mais abrangente da eficiência dos fundos multimercados brasileiros. Dessa forma, o estudo poderia fornecer ainda mais *insights* para investidores e gestores de portfólios em ambientes econômicos incertos.

Referências

BANKER, R.D.; CHARNES A.; COOPER, W.W. **Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis**. Management Science, 30(9):1078-1092, 1984.

CHARNES, Abraham; COOPER, William W.; RODHES, Edwardo. **Measuring the efficiency of decision-making units**. European Journal of Operational Research, vol. 2, p. 429-444, 1978.

CONOVER, W. J. **Practical nonparametric statistics**. John Wiley & Sons, Inc, 1999.

DE MAESSCHALCK, Roy; JOUAN-RIMBAUD, Delphine; MASSART, Désiré L. **The mahalanobis distance**. Chemometrics and intelligent laboratory systems, v. 50, n. 1, p. 1-18, 2000.

HAN, Yingwei; LI, Ping; XIA, Yong. **Dynamic robust portfolio selection with copulas**. Finance Research Letters, v. 21, p. 190-200, 2017.

KC, Mahesh; LAHA, Arnab Kumar. **A Robust Sharpe Ratio**. Sankhya B, v. 83, n. 2, p. 444-465, 2021.

KROLL, Yoram; MARCHIONI, Andrea; BEN HORIN, Moshe. **Sortino (γ): a modified Sortino ratio with adjusted threshold**. Journal of Accounting and Finance, v. 23, n. 6, 2024.

LOW, Rand Kwong Yew *et al.* **Canonical vine copulas in the context of modern portfolio management: Are they worth it. Asymmetric Dependence in Finance: Diversification, Correlation and Portfolio Management in Market Downturns**, p. 263-289, 2018.

MARKOWITZ, Harry. **The utility of wealth**. Journal of political Economy, v. 60, n. 2, p. 151-158, 1952.

RASOULZADEH, Mehrdad *et al.* **A multi-objective approach based on Markowitz and DEA cross-efficiency models for the intuitionistic fuzzy portfolio selection problem**. Decision making: applications in management and engineering, v. 5, n. 2, p. 241-259, 2022.

SARFARAZ, Amir Homayoun *et al.* **Analyzing the Investment Behavior in the Iranian Stock Exchange during the COVID-19 Pandemic Using Hybrid DEA and Data Mining Techniques**. Mathematical Problems in Engineering, v. 2022, n. 1, p. 1667618, 2022.

SHARPE, William F. **A simplified model for portfolio analysis**. Management science, v. 9, n. 2, p. 277-293, 1963.

SHARPE, William F. **The Sharpe ratio, the journal of portfolio management**. Stanford University, Fall, 1994.

TÓFOLI, Paula Virgínia; ZIEGELMANN, Flavio Augusto; SILVA FILHO, Osvaldo Candido da. A comparison study of copula models for European Financial Index Returns. **International Journal of Economics and Finance**. Toronto, Canadá. Vol. 9, no. 10 (Oct. 2017), p. 155-178, 2017.

VENUGOPAL, Malathy; SOPHIA, Sharon. **Examining Sharpe ratio, ASR, Sortino, Treynor and Info ratio in Indian equity mutual funds during the pandemic**, International Journal of Management, v. 11, n. 11, 2020.

WU, Z. X. *et al.* Risk analysis of portfolio by Copula-GARCH. **Journal of Systems Engineering Theory and Practice**, v. 2, n. 8, p. 45-52, 2006.

ZHANG, Bangzheng *et al.* Forecasting Var and ES of stock index portfolio: A Vine copula method. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 416, p. 112-124, 2014.

ZHOU, Zhongbao *et al.* **big data and portfolio optimization: A novel approach integrating DEA with multiple data sources**. *Omega*, v. 104, p. 102479, 2021.